Devoir maison : Code CLE (Codage Large Echelle)

1 Le système binaire et la base 2

Exercice 1.1 1. *Ecrire en base* 10 *le nombre qui s'écrit* 1000101110 *en base* 2.

- *558*

2. *Ecrire en base* 2 *le nombre qui s'écrit* 157 *en base* 10. *Même question pour* 10 *en base* 10.

- $157 = 128 + 16 + 8 + 4 + 1 = 2^7 + 2^4 + 2^2 + 2^0$ *s'écrit donc* 10010101

3. *Faire la table d'addition et la table de multiplication de la base 2. (Utiliser les tables suivantes)*

$+$ $\curvearrowright$	0	1	2	3
0	*0*	*1*	*10*	*11*
1	*1*	*10*	*11*	*100*
2	*10*	*11*	*100*	*101*
3	*11*	*100*	*101*	*110*

et

$\times$ $\curvearrowright$	0	1	2	3
0	*0*	*0*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*10*	*11*
2	*0*	*10*	*100*	*110*
3	*0*	*11*	*110*	*1001*

4. *Calculer en base 2 :* $1101101 + 1011011$ *puis* 101101×10011011. *Donner alors les règles simples de l'addition et de la multiplication dans le système binaire.*

- $1101101 + 1011011 =$
$$\begin{array}{cccccccc} & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

- $101101 \times 10011011 =$
$$\begin{array}{lccccccccccccc} \textit{retenue} & & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & \mathit{0} & \mathit{0} & \mathit{0} & \mathit{0} \\ \hline & & & & & & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ & & & & & & \times & & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline & & & & & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & & & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & & \\ & & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & & & \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & & & & & \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{array}$$

5. *D'après ce qui précède, quelles sont les avantages et les inconvénients du système binaire ?*

- *les calculs se font plus vite mais il y a beaucoup plus d'opération à faire. Dans le systeme informatique, les processeurs gerent des 0(éteint) et des 1 (allumé) à coup de 3 ghz (* $3 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024$ *opérations)*

2 Le Code CLE

Exercice 2.1 1. (a) *Ecrire en base 10 le nombre* $(7; 5; 3; 1)$

- $(7; 5; 3; 1)_{clé} = 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^1 = 170$

(b) *Ecrire en code CLE les nombres en base* 10 *suivants :* 359 , 250 *et* 128.

- $359 = 101100111 = 2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = (9, 7, 6, 2, 1, 0)_{clé}$
- $250 = 11111010 = (7, 6, 5, 4, 3, 1)_{clé}$
- $128 = 10000000 = (7)_{clé}$

2. *Premières propriétés : nature du nombre*

   (a) *A quoi reconnaît-on qu'un nombre écrit en code CLE est impair ?*
      - *il se termine par 0*

   (b) *A quoi reconnaît-on qu'un nombre écrit en code CLE est pair ?*
      - *il ne se termine pas par 0*

   (c) *A quoi reconnaît-on qu'un nombre écrit en code CLE est une puissance de 2 ?*
      - *le nombre n'a qu'un seul chiffre*

3. *Propriétés de l'addition*

   (a) *Peut-on facilement additionner les nombres écrits en code CLE ?*
      - *facilement, non. Surement, oui!*

   (b) *Ecrire en code CLE la somme* $(15)_{clé} + (15)_{clé}$*, puis plus généralement la somme* $(n)_{clé} + (n)_{clé}$ *.*
      - $(15)_{clé} + (15)_{clé} = 2^{15} + 2^{15} = 2 \times 2^{15} = 2^{16} = (16)_{clé}$
      - $(n)_{clé} + (n)_{clé} = (n+1)_{clé}$

   (c) *Ecrire en code CLE :* $(11;5;3;0)_{clé} + (34;11;5;3)_{clé}$ *puis* $(18;16;8;4;3;2)_{clé} + (19;16;9;4;3;2;1)_{clé}$*.*
      - $(11;5;3;0)_{clé} + (34;11;5;3)_{clé} = (34,12,6,4,3,0)$
      - $(18;16;8;4;3;2)_{CLE} + (19;16;9;4;3;2;1)_{CLE} = (19,18,17,9,8,5,4,3,1)_{clé}$

   (d) *Peut-on énoncer une règle générale ?*
      - *on ajoute de droite à gauche, tout chiffre présent une fois dans l'un des 2 nombres est à marquer ds la somme. Si un chiffre est dans les 2 nombres, on ecrit son suivant ds la somme. Il faudra peut etre alors gerer une retenue.*

4. *Propriétés de la multiplication*

   (a) *Peut-on facilement multiplier les nombres écrits en code CLE ?*
      - *je sais pas, je l'ai jamais fait mais j'ai pas peur!!!!*

   (b) *Ecrire en code CLE le produit* $(n)_{clé} \times (m)_{clé}$ *où n et m sont deux entiers naturels.*
      - $(n)_{clé} \times (m)_{clé} = 2^n \times 2^m = 2^{n+m} = (n+m)_{clé}$

   (c) *Ecrire en code CLE :* $(5;2;0)_{clé} \times (4)_{clé}$ *puis* $(5;3)_{clé} \times (7;2;1)_{clé}$*.*
      - $$\begin{aligned}(5;2;0)_{clé} \times (4)_{clé} &= (2^5 + 2^2 + 2^0) \times (2^4) \\ &= 2^{5+4} + 2^{2+4} + 2^{0+4} \\ &= (9;6;4)\end{aligned}$$
      - $$\begin{aligned}(5;3)_{clé} \times (7;2;1)_{clé}. &= (5)_{clé} \times (7;2;1)_{clé} + (3)_{clé} \times (7;2;1)_{clé} \\ &= (7+5;2+5;1+5)_{clé} + (7+3;2+3;1+3)_{clé} \\ &= (12;7;6)_{clé} + (10;5;4)_{clé} \\ &= (12;10;7;6;5;4)_{clé}\end{aligned}$$

   (d) *Peut-on énoncer une règle générale ?*
      - *le produit de deux nombres clé est constitué de toutes les sommes possibles entre les chiffres de l'un et les chiffres de l'autre des 2 nombres, si une même somme apparait 2 fois, on passe la retenue en ecrivant le suivant*

   (e) *Ecrire en code CLE le carré :* $(12;4)^2_{clé}$

- $$\begin{aligned}(12;4)^2_{clé} &= (12;4)_{clé} \times (12;4)_{clé} \\ &= (12)_{clé} \times (12;4)_{clé} + (4)_{clé} \times (12;4)_{clé} \\ &= (24;16)_{clé} + (16;8)_{clé} \\ &= (24;17;8)_{clé}\end{aligned}$$

5. ***Exercice de synthèse :***

   (a) *Traduire* $(123125256)_{10}$ *et* $(768648254)_{10}$ *en code CLE.*

   - $(123125256)_{10} = (111010101101011111000001000)_2 = (26;25;24;22;20;18;17;16;15;13;12;11;10;9;3)_{clé}$
   - $(768648254)_{10} = (101101110100001010010000111110)_2 = (29;27;26;24;23;22;20;15;13;10;5;4;3;2;1)_{clé}$

   (b) *Trouver en code CLE le résultat du produit de ces deux nombres.*

   - $(26;25;24;22;20;18;17;16;15;13;12;11;10;9;3)_{clé} \times (29;27;26;24;23;22;20;15;13;10;5;4;3;2;1)_{clé} =$

×	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***10***	***13***	***15***	***20***	***22***	***23***	***24***	***26***	***27***	***29***
3	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*13*	*16*	*18*	*23*	*25*	*26*	*27*	*29*	*30*	*32*
9	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*19*	*etc...*								
10															
11															
12															
13															
15															
16															
17															
18															
20															
22															
24															
25															
26														*53*	*55*

ouf!!

   (c) *Le traduire en base 10.*

   - $(1010100000011101010010111001001110011111100100101111110000)_2 = 94640013047703024$